

משפט ברנולי:

נשתמש בדברים הבאים:

$$1. \quad \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\nabla \times \vec{u}) \times \vec{u} + \nabla \left(\frac{u^2}{2} \right)$$

2. הכוח הכבידתי הוא כוח משמר וככזה יכול להיכתב כגרדיאנט של פוטנציאל סקלרי, $\vec{g} = -\nabla \Phi$,

$$\text{כאשר } \Phi = gz.$$

3. הצפיפות קבועה.

כעת נוכל לכתוב מחדש את משוואת אוילר בצורה הבאה:

$$\text{כאשר בהנחת מצב עמיד מתקבלת התוצאה} \quad \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\nabla \times \vec{u}) \times \vec{u} = -\nabla \left(\frac{P}{\rho} + \frac{u^2}{2} + \Phi \right) \equiv -\nabla H$$

$$\text{אם ניקח את המכפלה הסקלרית של הביטוי האחרון במהירות } \vec{u} \text{ נקבל את התוצאה} \quad (\nabla \times \vec{u}) \times \vec{u} = -\nabla H$$

הבאה: $\boxed{(\vec{u} \cdot \nabla) H = 0}$. תוצאה זו נקראת "משפט קו הזרימה של ברנולי" (The Bernoulli streamline)

(theorem).

כלומר, **אם זורם אידיאלי נמצא בזרימה עמידה, H קבוע לאורך קו זרימה.**

חשוב לשים לב: משפט ברנולי לא אומר לנו כי H הוא אותו קבוע על קווי זרימה שונים!

המצב בו H קבוע בכל הזורם (על כל קווי הזרימה) הוא מצב של זרימה פוטנציאלית (potential or

irrotational flow). במצב זה מתקיים כי $\nabla \times \vec{u} = 0$. ניתן באופן מיידי לראות כי במקרה הזה מתקיים:

$$\boxed{\nabla H = 0 \Rightarrow H = const.}$$

כלומר, **אם זורם אידיאלי נמצא בזרימה פוטנציאלית עמידה, H קבוע בכל הזורם.**